WYMAGANIA EDUKACYJNE Z MATEMATYKI
ZAKRES PODSTAWOWY

Liceum Ogólnokształcące Integracyjne w Legnicy

KLASA II

Obszary aktywności ucznia podlegające ocenie:

I. Sprawdziany
II. Kartkówki
III. Karty pracy wykonywane samodzielnie lub jako praca w grupach
IV. Aktywność na lekcjach – rozwiązywanie zadań na tablicy samodzielnie lub z pomocą nauczyciela.

Szczegółowe wymagania edukacyjne na poszczególne oceny z podziałem na klasy i realizowane działy:

- Wymagania **konieczne (K)** dotyczą zagadnień elementarnych, stanowiących swego rodzaju podstawę, zatem powinny być opanowane przez każdego ucznia.
- Wymagania **podstawowe (P)** zawierają wymagania z poziomu (K) wzbogacone o typowe problemy o niewielkim stopniu trudności.
- Wymagania **rozszerzające (R)**, zawierające wymagania z poziomów (K) i (P), dotyczą zagadnień bardziej złożonych i nieco trudniejszych.
- Wymagania **dopełniające (D)**, zawierające wymagania z poziomów (K), (P) i (R), dotyczą zagadnień problemowych, trudniejszych, wymagających umiejętności przetwarzania przyswojonych informacji.
- Wymagania **wykraczające (W)** dotyczą zagadnień trudnych, oryginalnych, wykraczających poza obowiązkowy program nauczania.

Poniżej przedstawiony został podział wymagań na poszczególne oceny szkolne:

ocena dopuszczająca	–	wymagania na poziomie (K)
ocena dostateczna	–	wymagania na poziomie (K) i (P)
ocena dobra	–	wymagania na poziomie (K), (P) i (R)
ocena bardzo dobra	–	wymagania na poziomie (K), (P), (R) i (D)
ocena celująca	–	wymagania na poziomie (K), (P), (R), (D) i (W)

1. FUNKCJA KWADRATOWA

Poziom **(K)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

• szkicuje wykres funkcji kwadratowej $f(x) = ax^2$, gdzie $a \neq 0$, i odczytuje z wykresu jej własności
• szkicuje wykres funkcji kwadratowej $f(x) = ax^2 + q$, gdzie $a \neq 0$, i odczytuje z wykresu jej własności
• szkicuje wykres funkcji kwadratowej $f(x) = a(x - p)^2$, gdzie $a \neq 0$, i odczytuje z wykresu jej własności
• podaje wzór funkcji kwadratowej w postaci ogólnej i kanonicznej
• oblicza współrzędne wierzchołka paraboli, wyznacza równanie osi symetrii paraboli
• przekształca postać kanoniczną funkcji kwadratowej do postaci ogólnej
• rozwiązuje równanie kwadratowe niepełne metodą wyłączania wspólnego czynnika przed nawias lub stosując wzór skróconego mnożenia
• określa liczbę pierwiastków równania kwadratowego w zależności od znaku wyróżnika
• rozwiązuje w prostych przypadkach równanie kwadratowe, stosując wzory na pierwiastki
• odczytuje miejsca zerowe funkcji kwadratowej z jej postaci iloczynowej
• rozwiązuje nierówność kwadratową w prostych przypadkach

Poziom **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomu (K) oraz dodatkowo:

• szkicuje wykres funkcji kwadratowej $f(x) = a(x - p)^2 + q$, gdzie $a \neq 0$, i odczytuje z wykresu jej własności
• przekształca postać ogólną funkcji kwadratowej do postaci kanonicznej (z zastosowaniem wzoru na współrzędne wierzchołka paraboli); szkicuje wykres danej funkcji kwadratowej oraz opisuje jej własności
• wyznacza wzór ogólny funkcji kwadratowej, gdy dane są współrzędne wierzchołka i innego punktu wykresu tej funkcji
• rozwiązuje równanie kwadratowe, stosując wzory na pierwiastki
• interpretuje geometrycznie rozwiązania równania kwadratowego w zależności od współczynnika a i wyróżnika Δ
• wyznacza algebraicznie współrzędne punktów przecięcia paraboli z osiami układu współrzędnych
• przedstawia trójmian kwadratowy w postaci iloczynowej, jeśli taka postać istnieje
• rozwiązuje nierówność kwadratową
• stosuje pojęcia najmniejszej i największej wartości funkcji, wyznacza w prostych przypadkach wartości najmniejszą i największą funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym
• przeprowadza analizę zadania tekstowego, zapisuje odpowiednie równanie, nierówność lub wzór funkcji kwadratowej opisujące daną zależność i znajduje w prostych przypadkach rozwiązanie, które spełnia warunki zadania

Poziom **(R)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) i (P) oraz dodatkowo:

• rozwiązuje równanie kwadratowe i nierówność kwadratową w trudniejszych przypadkach
• wykorzystuje postać iloczynową funkcji kwadratowej do rozwiązywania zadań
• stosuje nierówności kwadratowe do wyznaczania dziedziny funkcji zapisanej za pomocą pierwiastka
• wyznacza w trudniejszych przypadkach najmniejszą i największą wartość funkcji w przedziale domkniętym, korzystając z własności funkcji kwadratowej
• stosuje własności funkcji kwadratowej do rozwiązywania zadań optymalizacyjnych

Poziom **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(R) oraz dodatkowo:

• zaznacza na osi liczbowej sumę, iloczyn i różnicę zbiorów rozwiązań dwóch nierówności kwadratowych
• wykorzystuje postać iloczynową funkcji kwadratowej do rozwiązywania trudniejszych zadań
• stosuje nierówności kwadratowe do wyznaczania dziedziny funkcji zapisanej za pomocą pierwiastka
• stosuje własności funkcji kwadratowej do rozwiązywania trudniejszych zadań optymalizacyjnych
• rozwiązuje zadania tekstowe o podwyższonym stopniu trudności, stosując równania kwadratowe

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz dodatkowo:

• wyprowadza wzory na pierwiastki trójmianu kwadratowego
• udowadnia związki między współczynnikami funkcji kwadratowej o podwyższonym stopniu trudności
• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji kwadratowej

2. WIELOMIANY

Poziom **(K)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

• podaje przykład wielomianu, określa jego stopień i podaje wartości jego współczynników
• zapisuje wielomian określonego stopnia o danych współczynnikach
• zapisuje wielomian w sposób uporządkowany
• oblicza wartość wielomianu dla danego argumentu wymiernego
• wyznacza sumę, różnicę, iloczyn wielomianów i określa ich stopnie
• określa stopień iloczynu wielomianów bez wykonywania mnożenia

• przekształca wyrażenie algebraiczne, stosując wzory skróconego mnożenia dla wielomianów stopnia drugiego
• rozwiązuje równania wielomianowe dla wielomianów zapisanych w postaci iloczynu czynników liniowych

Poziom **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomu (K) oraz dodatkowo:

• oblicza wartość wielomianu dla danego argumentu niewymiernego
• sprawdza, czy dany punkt należy do wykresu danego wielomianu
• podaje współczynnik przy najwyższej potędze oraz wyraz wolny iloczynu wielomianów bez wykonywania mnożenia wielomianów
• przekształca wyrażenie algebraiczne, stosując wzory skróconego mnożenia dla wielomianów stopnia drugiego
• rozwiązuje równania wielomianowe dla wielomianów zapisanych w postaci iloczynu czynników co najwyżej drugiego stopnia
• opisuje wielomianem zależności dane w zadaniu i wyznacza dziedzinę tego wielomianu w prostych przypadkach

Poziom **(R)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) i (P) oraz dodatkowo:

• wyznacza współczynniki wielomianu spełniającego dane warunki
• oblicza wartość wielomianu dwóch (trzech) zmiennych dla danych argumentów
• wyznacza iloczyn wielomianów wielu zmiennych
• rozwiązuje w trudniejszych przypadkach równania wielomianowe dla wielomianów zapisanych w postaci iloczynu czynników co najwyżej drugiego stopnia
• sprawdza, czy rozwiązania równania wielomianowego spełniają podane warunki
• stosuje wielomian do opisania pola powierzchni prostopadłościanu i określa dziedzinę tego wielomianu

Poziom **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(R) oraz dodatkowo:

• określa stopień sumy wielomianów w zależności od wartości parametru
• rozwiązuje zadania tekstowe, wykorzystując działania na wielomianach i równania wielomianowe

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz dodatkowo:

• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące wielomianów

3. FUNCJE WYMIERNE

Poziom **(K)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

• szkicuje w prostych przypadkach wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$, gdzie $a \neq 0$, i podaje jej własności (dziedzinę, zbiór wartości, przedziały monotoniczności)
• przesuwa wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$, gdzie $a \neq 0$, wzdłuż osi *OX* albo wzdłuż osi *OY*, podaje własności tej funkcji oraz wyznacza równania asymptot jej wykresu
• sprawdza, czy dany punkt należy do wykresu funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$
• wyznacza dziedzinę prostego wyrażenia wymiernego
• oblicza w prostych przypadkach wartość wyrażenia wymiernego dla danej wartości zmiennej
• upraszcza wyrażenia wymierne w przypadkach wymagających wyłączenia czynnika liczbowego w liczniku lub mianowniku
• mnoży, dzieli wyrażenia wymierne w prostych przypadkach i podaje odpowiednie założenia
• rozwiązuje równania wymierne postaci $\frac{u(x)}{w(x)} = 0$, podaje i uwzględnia odpowiednie założenia
• stosuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania równań postaci $\|x\| = b$

Poziom **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomu (K) oraz dodatkowo:

• podaje własności funkcji $f(x) = \frac{a}{x} + q$, gdzie $a \neq 0$, oraz wyznacza równania asymptot jej wykresu
• podaje własności funkcji $f(x) = \frac{a}{x-p}$, gdzie $a \neq 0$, oraz wyznacza równania asymptot jej wykresu
• sprawdza, czy dany punkt należy do wykresu funkcji $f(x) = \frac{a}{x-p} + q$
• wyznacza wartość parametru *q* we wzorze funkcji np. $f(x) = \frac{5}{x} + q$, gdy dane są współrzędne punktu należącego do jej wykresu
• wyznacza dziedzinę wyrażenia wymiernego
• oblicza wartość wyrażenia wymiernego dla danej wartości zmiennej
• upraszcza wyrażenia wymierne w przypadkach wymagających zastosowania wzorów skróconego mnożenia do rozkładu na czynniki licznika lub mianownika
• mnoży, dzieli wyrażenia wymierne i podaje odpowiednie założenia
• rozwiązuje równania wymierne postaci $\frac{u(x)}{w(x)} = a$, gdzie $a \neq 0$, podaje i uwzględnia odpowiednie założenia
• wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania prostych zadań tekstowych
• stosuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania równań postaci $\|x - a\| = b$

Poziom **(R)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) i (P) oraz dodatkowo:

• szkicuje wykres funkcji $f(x)=\frac{a}{x}$, gdzie $a\neq 0$, w podanym zbiorze i podaje jej własności (dziedzinę, zbiór wartości, przedziały monotoniczności)
• dobiera wzór funkcji do jej wykresu
• wyznacza współczynnik *a* tak, aby funkcja $f(x)=\frac{a}{x}$ spełniała podane warunki
• szkicuje wykres funkcji $f(x)=\frac{a}{x-p}+q$, gdzie $x\in \mathbf{R}\backslash\{p\}$ i $a\neq 0$, i wyznacza równania jego asymptot
• mnoży, dzieli wyrażenia wymierne w trudniejszych przypadkach i podaje odpowiednie założenia
• określa dziedzinę funkcji, w której wzorze występuje ułamek
• wyznacza z danego wzoru wskazaną zmienną
• rozwiązuje równania wymierne w trudniejszych przypadkach
• podaje interpretację geometryczną rozwiązania równania wymiernego
• wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania zadań tekstowych

Poziom **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(R) oraz dodatkowo:

• szkicuje wykres funkcji $f(x)=\frac{a}{x}$, gdzie $a\neq 0$, w podanym zbiorze w trudniejszych przypadkach
• wyznacza wzór funkcji spełniającej podane warunki
• wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania trudniejszych zadań tekstowych
• stosuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania równań

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz dodatkowo:

• stosuje funkcje i wyrażenia wymierne do rozwiązywania zadań o podwyższonym stopniu trudności

4. TRYGONOMETRIA

Poziom **(K)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

• stosuje w prostych przypadkach twierdzenie Pitagorasa i twierdzenie odwrotne do twierdzenie Pitagorasa
• wykorzystuje wzory na długość przekątnej kwadratu i wysokość trójkąta równobocznego
• oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym o danych długościach boków
• odczytuje z tablic wartości funkcji trygonometrycznych danego kąta ostrego

• odczytuje z tablic miarę kąta ostrego, gdy dana jest wartość jego funkcji trygonometrycznej
• rozwiązuje trójkąty prostokątne w prostych przypadkach
• oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kąta wypukłego, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na jego końcowym ramieniu; przedstawia ten kąt na rysunku
• wyznacza, korzystając z definicji, wartości funkcji trygonometrycznych kątów 0°, 90°, 180°
• stosuje do rozwiązywania zadań wzór na pole trójkąta: $P = \frac{1}{2}ah$ oraz wzór na pole trójkąta równobocznego o boku *a*: $P = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$
• rozróżnia czworokąty: kwadrat, prostokąt, romb, równoległobok, trapez oraz zna ich własności

Poziom **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomu (K) oraz dodatkowo:

• podaje wartości funkcji trygonometrycznych kątów 30°, 45°, 60°
• podaje związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta
• oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, gdy dany jest sinus lub cosinus kąta
• rozwiązuje trójkąty prostokątne
• stosuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania prostych zadań osadzonych w kontekście praktycznym
• oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kątów 120°, 135°, 150°
• stosuje wzory: $\sin(180^o - \alpha) = \sin\alpha$, $\cos(180^o - \alpha) = -\cos\alpha$, $\text{tg}(180^o - \alpha) = -\text{tg}\alpha$ do obliczania wartości funkcji trygonometrycznych
• oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kątów rozwartych, korzystając z tablic wartości funkcji trygonometrycznych
• wykorzystuje w prostych przypadkach funkcje trygonometryczne do obliczania obwodów i pól podstawowych czworokątów

Poziom **(R)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) i (P) oraz dodatkowo:

• wyznacza długości odcinków w trójkącie, korzystając z twierdzenia Pitagorasa
• wyprowadza zależności ogólne, np. dotyczące długości przekątnej kwadratu i wysokości trójkąta równobocznego
• wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kątów ostrych w bardziej złożonych sytuacjach
• uzasadnia proste zależności, korzystając z własności funkcji trygonometrycznych
• stosuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania trójkątów w zadaniach osadzonych w kontekście praktycznym
• uzasadnia związki między funkcjami trygonometrycznymi kątów ostrych α i $90^o - \alpha$
• przekształca w prostych przypadkach wyrażenia trygonometryczne, wykorzystując związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta
• oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, gdy dany jest tangens kąta
• rysuje kąt w układzie współrzędnych, gdy dany jest tangens kąta wypukłego

• stosuje w zadaniach wzory na pole trójkąta, w tym również wzór $P = \frac{1}{2}ab\sin\gamma$
• oblicza pola czworokątów
• wykorzystuje umiejętność wyznaczania pól trójkątów do obliczania pól innych wielokątów

Poziom **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(R) oraz dodatkowo:

• uzasadnia proste zależności, korzystając z własności funkcji trygonometrycznych
• stosuje poznane związki do upraszczania wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne
• wyprowadza wzór na jedynkę trygonometryczną oraz pozostałe związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta
• przekształca wyrażenia trygonometryczne, wykorzystując związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta
• stosuje w zadaniach o podwyższonym stopniu trudności wzór na pole trójkąta $P = \frac{1}{2}ab\sin\gamma$
• stosuje wzór Herona do obliczania pola trójkąta
• oblicza pola czworokątów w trudniejszych przypadkach
• wykorzystuje umiejętność wyznaczania pól trójkątów do obliczania pól innych wielokątów
• uzasadnia związki miarowe w czworokątach
• dowodzi prawdziwości wzoru $P = \frac{1}{2}ab\sin\gamma$

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz dodatkowo:

• przeprowadza dowody twierdzenia Pitagorasa i twierdzenia odwrotnego do twierdzenia Pitagorasa
• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności z zastosowaniem trygonometrii, w tym zadania na dowodzenie związków miarowych w trójkątach i czworokątach

5. PLANIMETRIA

Poziom **(K)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

• rozpoznaje kąty środkowe w okręgu
• oblicza długość okręgu i długość łuku okręgu w prostych przypadkach
• oblicza pole koła i pole wycinka koła w prostych przypadkach
• rozpoznaje okręgi styczne, gdy dane są promienie tych okręgów i odległość między ich środkami
• rozpoznaje kąty wpisane w okrąg oraz wskazuje łuki, na których są oparte te kąty
• stosuje w prostych przypadkach twierdzenie o kątach środkowym i wpisanym opartych na tym samym łuku oraz wnioski z tego twierdzenia
• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na trójkącie równobocznym lub prostokątnym

• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt równoboczny lub prostokątny
• opisuje własności wielokątów foremnych
• stosuje w prostych przypadkach twierdzenie cosinusów do rozwiązywania trójkątów
• wskazuje najmniejszy (największy) kąt w trójkącie, gdy dane są długości boków trójkąta

Poziom **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomu (K) oraz dodatkowo:

• oblicza pole figury, stosując wzory na pole koła i pole wycinka koła w prostych sytuacjach
• wykorzystuje twierdzenie o kątach środkowym i wpisanym opartych na tym samym łuku oraz wnioski z tego twierdzenia
• rozwiązuje proste zadania dotyczące okręgu opisanego na dowolnym trójkącie
• rozwiązuje proste zadania dotyczące okręgu wpisanego w dowolny trójkąt
• oblicza miarę kąta wewnętrznego danego wielokąta foremnego
• wyznacza liczbę boków wielokąta foremnego, gdy dana jest suma miar jego kątów wewnętrznych
• oblicza w prostych przypadkach promień okręgu opisanego na wielokącie foremnym i promień okręgu wpisanego w wielokąt foremny
• stosuje twierdzenie cosinusów do rozwiązywania trójkątów

Poziom **(R)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) i (P) oraz dodatkowo:

• oblicza pole figury, stosując wzory na pole koła i pole wycinka koła
• wykorzystuje twierdzenie o odcinkach stycznych do rozwiązywania zadań
• stosuje w trudniejszych przypadkach twierdzenie o kątach środkowym i wpisanym opartych na tym samym łuku oraz wnioski z tego twierdzenia
• stosuje twierdzenie o kącie między styczną a cięciwą okręgu do rozwiązywania zadań
• stosuje wzory $P = \frac{abc}{4R}$ i $P = \frac{a+b+c}{2} \cdot r$ do obliczania pola trójkąta
• bada, czy trójkąt jest ostrokątny, prostokątny, rozwartokątny
• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na trójkącie
• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt
• stosuje twierdzenie cosinusów do rozwiązywania trójkątów oraz do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym

Poziom **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(R) oraz dodatkowo:

• wykorzystuje twierdzenie o odcinkach stycznych do rozwiązywania trudniejszych zadań
• stosuje twierdzenie o kącie między styczną a cięciwą okręgu do rozwiązywania trudniejszych zadań

• uzasadnia wzory $P = \frac{abc}{4R}$ i $P = \frac{a+b+c}{2} \cdot r$
• stosuje twierdzenie cosinusów do rozwiązywania trójkątów oraz do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym
• udowadnia, że symetralne boków trójkąta przecinają się w jednym punkcie
• udowadnia, że dwusieczne kątów wewnętrznych trójkąta przecinają się w jednym punkcie

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz dodatkowo:

• udowadnia zależności w wielokątach foremnych w zadaniach o podwyższonym stopniu trudności
• potrafi wykonać konstrukcję pięciokąta foremnego
• przeprowadza dowody twierdzeń o kątach środkowym i wpisanym oraz o kątach wpisanych opartych na tym samym łuku
• przeprowadza dowód twierdzenia o cięciwach w okręgu
• przeprowadza dowód twierdzenia cosinusów
• rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności z zastosowaniem trygonometrii